

Adatlap¹ témahirdetési javaslatához a Csonka Pál Doktori Iskola Tanácsa részére

Témavezető² neve: Fehér Eszter

e-mail címe³: feher.eszter@epk.bme.hu

Téma címe (magyar és angol nyelven):

Kirigami-inspirálta szerkezetek mechanikája

Mechanics of kirigami-inspired structures

A **téma** rövid leírása⁴ (magyar és angol nyelven):

A kirigami egy japán papírtechnika, amely papírlapból vágások és hajtogatás segítségével képes változatos háromdimenziós formák létrehozására. A technika nem csak művészeti szempontból figyelemreméltó, hanem mérnöki és matematikai szempontból jelenleg is aktívan kutatott terület. Fontos, hogy a kezdeti alak sík és a vágások elhelyezésével mind a sík papírlap mechanikai tulajdonságai befolyásolhatók, mind pedig a belőle készíthető végső forma. A vékony, rugalmas lemezekből álló szerkezetek stabilitásvesztés után új alakot vesznek fel, amely további terhek felvételére lehet képes. Ez teszi lehetővé, hogy bizonyos kirigami szerkezetek több stabil állapotot is képesek legyenek felvenni, és ezek között átpattanással váltani. A kirigami-inspirálta mérnöki szerkezetek a fenti tulajdonságokat használják ki, számos alkalmazásuk létezik többek közt a robotika, úrkutatás, elektronika, biotechnika területeken. A kutatás célja vágott és perforált, vékony, rugalmas lemezek, illetve a belőlük mechanikai hatásokkal, hajtogatással, külső erővel létrehozható szerkezetek tulajdonságainak numerikus és kísérleti vizsgálata. Az adott szerkezettől függően a modellezés történhet rúd- és lemezmodellek segítségével. Célunk megvizsgálni, hogy a perforációk és vágások hogyan befolyásolják a szerkezet mechanikai tulajdonságait, különös tekintettel a stabilitásvesztés módjára és a posztkritikus állapotra.

Kirigami is a Japanese paper technique that uses cutting and folding to create different three-dimensional shapes from a sheet of paper. The technique is not only remarkable from an artistic point of view but also an active field of engineering and mathematical research. It is important that the initial geometry is flat, and the positioning of the cuts can influence both the mechanical

¹ Az adatlapot aláírva és szkennelve a Doktori Iskola titkárának (Fehér Eszter, feher.eszter@epk.bme.hu) kell eljuttatni elektronikusan. A témahirdetés elfogadása esetén az adatlap felkerül a Csonka Pál Doktori Iskola (<http://cspdi.bme.hu/felveteli/temahirdetesek>), a témahirdetés rövid leírása pedig az Országos Doktori Tanács (<http://www.doktori.hu/>) honlapjára.

² A témahirdetés elfogadása automatikusan a témavezető akkreditációját is jelenti az azévi felvételi eljáráshoz.

³ Kérjük, olyan elérhetőséget adjon meg, ahová biztonsággal küldhetünk hivatalos értesítéseket.

⁴ A téma rövid leírása (szóközökkel) 1000-3000 leütés hosszú. A jelentkező hallgatókat bővebben tájékoztató változatot, (mely a téma fent megadott releváns nemzetközi irodalmára tételesen hivatkozik) kérjük a mellékletben megadni.

properties of the flat sheet and the final shape. Structures made from thin, flexible sheets gain a new shape after losing stability, which may be able to withstand additional loads. This property allows specific kirigami structures to have multiple stable states and to switch between them by snap-through. Kirigami-inspired engineering structures utilize these properties, and they have many applications in fields such as robotics, aeronautics, aerospace, electronics, and biotechnology. The research aims at the numerical and experimental investigation of the properties of cut and perforated thin, flexible sheets and the structures that can be created from them by mechanical operations, folding, and external forces. Depending on the structure, it is possible to use rod and plate models for the mechanical modeling. The aim is to investigate how perforations and cuts affect the mechanical properties of the structure, in particular, the mode of stability loss and the post-critical state.

A **téma** meghatározó irodalma⁵:

- Zhang, Y., Yang, J., Liu, M., & Vella, D. (2022). Shape-morphing structures based on perforated kirigami. *Extreme Mechanics Letters*, 56, 101857.
- M. Liu, L. Domino, and D. Vella (2020), "Tapered elasticæ as a route for axisymmetric morphing structures," *Soft Matter*, vol. 16, no. 33, pp. 7739–7750
- Y. Hong, Y. Chi, S. Wu, Y. Li, Y. Zhu, and J. Yin (2022), "Boundary curvature guided programmable shape-morphing kirigami sheets," *Nature Communications*, vol. 13
- B. Shrimali, M. Pezzulla, S. Poincloux, P. M. Reis, and O. Lopez-Pamies (2021), "The remarkable bending properties of perforated plates," *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, vol. 154, p. 104514
- D. Vella, A. Boudaoud, and M. Adda-Bedia (2009), "Statics and inertial dynamics of a ruck in a rug," *Physical review letters*, vol. 103, no. 17, p. 174301
- Audoly, B., & Pomeau, Y. (2010), *Elasticity and Geometry: From Hair Curls to the Non-linear Response of Shells*, Oxford University Press
- Fosdick, R., & Fried, E. (Eds.) (2016), *The mechanics of ribbons and Möbius bands*, Springer Netherlands

A **téma** hazai és nemzetközi folyóiratai⁶:

- *International Journal of Solids and Structures* (WoS, Scopus)
- *Journal of the Mechanics and Physics of Solids* (WoS, Scopus)
- *Extreme Mechanics Letters* (WoS, Scopus)
- *Thin-Walled Structures* (WoS, Scopus)
- *Journal of Computational Dynamics* (WoS, Scopus)
- *International Journal of Non-Linear Mechanics* (WoS, Scopus)
- *International Journal of Space Structures* (Scopus)
- *Építés-Építészettudomány* (Scopus)

⁵ Minimum 5, maximum 10 cikket vagy monográfiát kérünk felsorolni, amik között feltétlenül szerepelnie kell a legfrissebb, legismertebb eredményeknek.

⁶ Minimum 5, maximum 10 folyóirat megadását kérjük, melyek között feltétlenül szerepelnie kell a PhD fokozatszerzés szempontjából elengedhetetlen (Web of Science, Scopus) minősítésű idegen nyelvű folyóiratoknak is. Kérjük, ezeket a periodikákat a felsorolásban jelöljék meg.

A **témavezető** fenti folyóiratokban megjelent 5 közleménye:

- Domonkos, N., Martinek, J., Fehér, E. (2024), Optimal layout of modular systems by geometric perturbations. *Építés-Építészettudomány*, 52(3-4), 235-250.
- Fehér, E., Domokos, G., & Krauskopf, B. (2021). Tracking the critical points of curves evolving under planar curvature flows. *Journal of Computational Dynamics*, 8(4), 447-494.
- Fehér, E., Healey, T.J., Sipos, A.Á. (2018), The Mullins effect in the wrinkling behavior of highly stretched thin films. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 119, pp. 417-427.
- Sipos, A.Á., Fehér, E. (2016), Disappearance of stretch-induced wrinkles of thin sheets: a study of orthotropic films. *International Journal of Solids and Structures*, 97-98: pp. 275-283.
- Fehér, E., Sipos, A.Á. (2014), Húzott, vékony filmek ráncosodása: a ráncos mintázat keletkezése és eltűnése. *Építés-Építészettudomány*, 42:(1-2) pp. 23-42.

A **témavezető** utóbbi tíz évben megjelent 5 legfontosabb publikációja:

- Havasi-Tóth, B., Fehér, E. (2024), A Geometrically Motivated Two-Dimensional Collisional Abrasion Model to Resolve the Evolution of Natural Fragment Shapes. *Rock Mechanics and Rock Engineering*.
- Fehér, E., Domokos, G., & Krauskopf, B. (2021). Tracking the critical points of curves evolving under planar curvature flows. *Journal of Computational Dynamics*, 8(4), 447-494.
- Fehér, E., Havasi-Tóth, B., Kalmár-Nagy, T. (2020), Hysteretic behavior of spatially coupled phase-oscillators. *Mathematical Modelling of Natural Phenomena*, 15(18), 13 p.
- Fehér, E., Healey, T.J., Sipos, A.Á. (2018), The Mullins effect in the wrinkling behavior of highly stretched thin films. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 119, pp. 417-427.
- Sipos, A.Á., Fehér, E. (2016), Disappearance of stretch-induced wrinkles of thin sheets: a study of orthotropic films. *International Journal of Solids and Structures*, 97-98: pp. 275-283.

A **témavezető** eddigi doktoranduszai⁷:

(név/felvétel éve/abszolutórium megszerzésének éve/PhD fokozat éve)

-

Melléklet: a téma bővebb leírása (magyar és angol⁸ nyelven)

Budapest, 2025. január 27.

Témavezető aláírása

⁷ Kérjük, a témavezetési tevékenységre vonatkozó adatokat abban az esetben is adja meg, ha témavezetőként a DI már korábban akkreditálta.

⁸ A téma bővebb leírása angol nyelven csak akkor szükséges, ha a témavezető vállalja külföldi hallgató fogadását.

Kirigami-inspirálta szerkezetek mechanikája

Fehér Eszter

1. Bevezető

A kirigami egy japán papírtechnika, amely lehetővé teszi, hogy változatos háromdimenziós formákat hozunk létre papírlapból vágások és hajtogatás segítségével. A szó a japán „kiru” = „vágni” és a „kami” = „papír” szavak összetételéből származik. Japánban a 7. században kezdtek el papírt használni, amely kezdetben különleges és ritka anyagnak számított. Az origami és a kirigami segítségével vallási rituálékhoz, ünnepekhez és rekreációs célból készítettek papírtárgyakat. Ezek összekötő kapcsot jelentettek a fizikai és a szellemi világ között, létrehozásuk egyszerre számított művészetnek és spirituális eszköznek.

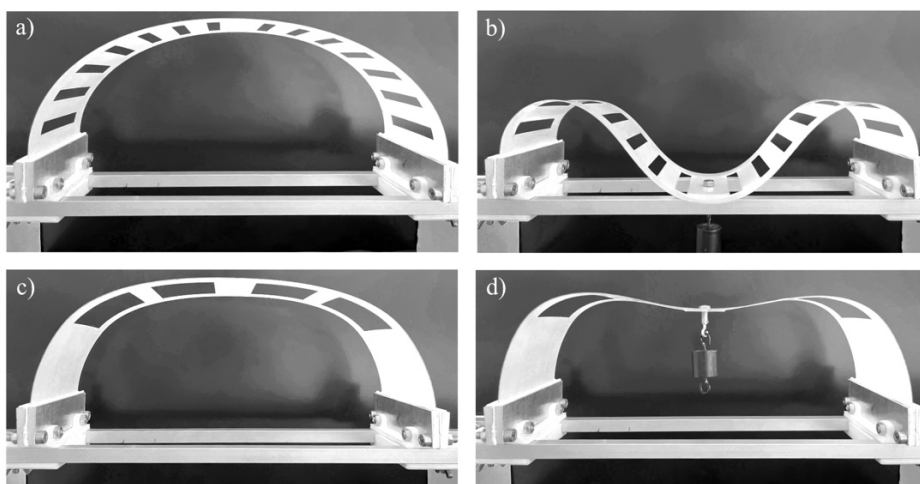
Az origamitól a kirigami látszólag csak kis mértékben különbözik, mechanikai szempontból azonban jelentős a kettő technika közötti különbség. Az origami esetében - amennyiben a papír nyújthatóságától elhanyagoljuk -, a kinematikai szabadságfokok száma egy (pl. Miura-ori mintázat). Ezzel szemben, a papírlapon elhelyezett vágások belső kényszereket szüntethetnek meg és növelhetik a kinematikai szabadságfokok számát. Így a kirigami segítségével a megközelítőleg nyújthatatlan papírlap egyes tulajdonságait megváltoztathatjuk (Tao et al., 2023), mint például Poisson tényező (auxetics), nyújthatóság (super stretchability), hővezetési tulajdonságok és a terhek hatására kialakuló deformáció is (programmable kinematics). A kirigamit alkotó vékony lemezek egy fontos tulajdonsága, hogy könnyen elvesztik a stabilitásukat. A stabilitásvesztés általában kerülendő, de a kirigaminál egy újabb eszközt jelent, amivel befolyásolhatjuk a szerkezet viselkedését. A stabilitásvesztés után felvett alak alkalmas lehet további terhek viselésére, a stabilitásvesztés módja és az azt követő viselkedés is tervezhető (Rafsanjani & Bertoldi, 2017; Du et al., 2024). Ez lehetővé teszi, hogy bizonyos kirigami szerkezetek több stabil állapotot is képesek legyenek felvenni, és ezek között átpattanással váltani (Cho et al., 2023; Yang et al., 2024). A jelenség erősen nemlineáris, nagy deformációkkal rendelkezik.

A kirigami mérnöki alkalmazására különböző szerkezeti méretekben találhatunk példákat. A kirigami-inspirálta szerkezetek vékony lemezekből mechanikai hatások ill. külső erők segítségével jönnek létre. Makro méretben, azaz építészeti szinten is jelentős méretben készült (macro-scale) installáció (Lee et al., 2022), szellőztető rendszer (Stein-Montalvo et al., 2024), úrszerkezetek (Pedicellano & Pellegrino, 2024), és napelemes vízpárológató (Li et al., 2024). Közepes méretben (mesostructures) találhatunk kirigami-inspirálta szerkezeteket biotechnikai eszközök formájában (Wu et al., 2024), lágy robotikában (Hong et al., 2022), és a rugalmas elektronikában (Liu et al., 2022). A kirigami azonban micro- és nanoméretben is megjelenik pl. grafén és Diamane nanofilmeknél (Zhu et al., 2024). Ezenkívül a metaanyagok témakörében is találhatunk számos alkalmazást. A kirigami technikával létrehozhatók több stabil állapottal rendelkező metaanyagok (Jiang et al., 2021), dinamikus hatásokat érzékelő anyagok (Janbaz & Coulais, 2024), különböző húzási tulajdonságokkal rendelkező lemezek (Du et al., 2024), mechanikai metaanyagok, mint

rezgés csillapító rendszerek (Hamzehei et al., 2024), programozott lemezek (An et al., 2020).

A kirigami szerkezeteket különböző csoportokba sorolhatjuk az őket létrehozó mechanikai hatás szerint. A háromdimenziós forma létrehozható csavarással (rotational-erectional-system) (de Oliveira et al. 2023, Yoneda et al. 2021, Zhang et al. 2024), nyírással (Alderete et al. 2024), húzással (Hong et al. 2022) és nyomással is (Zhang et al. 2022).

A kirigami legegyszerűbb esete az ív, amely egy papírsáv két végének a közelítésével jön létre. A sík papírlapon vágásokat elhelyezve létrejöhetnek ilyen papírsávok és a kinematikai szabadságfokok megnőtt száma miatt ezen papírsávok végei közelíthetők egymáshoz, amely egy ív létrejöttét eredményezi. Amennyiben a sávok sugarasan helyezkednek el, úgy a végső felület egy forgásfelület lesz. Ezek előfeszített szerkezetek, bennük nyomtérk épred, amelyet a támaszrők egyensúlyoznak. Létrejöhetnek a támaszok közelítésével (Zhang et al., 2022; Lee et al., 2022), vagy távolításával (Hong et al., 2022). A szerkezet alakja és mechanikai tulajdonságai függenek a lemez kezdeti geometriájától, a bevágásoktól. Több olyan publikáció jelent meg, amely inverz tervezéssel keresi a kezdeti geometriát, hogy a szerkezet egy adott alakot vegyen fel (Zhang et al., 2022; Rodriguez et al., 2022), vagy valamilyen előre meghatározott mechanikai tulajdonsággal rendelkezzen (Ye et al., 2024). Ezek a kutatások azonban egy-egy speciális esetet kezelnek és adott perforáció típus közül választanak. A kezdeti mintázat, a szerkezet alakja és mechanikai tulajdonságainak összefüggései csak részben ismertek. A vágások hatása összetett, mivel alapvetően gyengítik a lemez keresztmetszetét, viszont megengednek olyan deformációkat is, amelyek összességében vezethetnek tartószerkezeti szempontból kedvezőbb szerkezethez. Így két kirigami ív közül rendelkezhet az nagyobb szerkezeti merevséggel, amely jobban perforált (1. ábra, Fehér & Gyetvai, 2024).



1. ábra Különböző mértékben perforált ívek deformációja azonos terhelés alatt. a)-b) A kisebb mértékben perforált ív terheletlen és terhelte alakja. c)-d) A nagyobb mértékben perforált ív terheletlen és terhelte alakja. (Fehér & Gyetvai, 2024)

A kirigami szerkezetek numerikus vizsgálatához a szerkezettől függően olyan rúd- vagy lemezelméletre van szükség, amely nagy elfordulásokat és

görbületeket enged meg (Howell et al., 2009; Audoly & Pomeau, 2010; Fosdick & Fried, 2016). Ezek nemlineáris parciális differenciálegyenletek, megoldásukhoz általános esetben valamilyen numerikus módszerre van szükség. Az egyik lehetséges választás a végeselem módszer (Reddy, 1993), amely jelentheti valamelyik kereskedelmi szoftvert (pl. ABAQUS) vagy pedig saját implementációt pl. Matlab környezetben. Alkalmazhatunk spektrális módszert (Boyd, 2001), közelíthetjük a megoldást Chebyshev polinomokkal pl. a Chebfun könyvtár használatával (Driscoll et al., 2014). A stabilitásvesztés és az új stabil vizsgálható útkövető eljárás segítségével (Uecker et. al, 2014), például a pde2path könyvtár segítségével (Uecker, 2021).

Modellezendő a teljes folyamat: a kezdeti sík lemez, a mechanikai hatásokkal létrejövő háromdimenziós szerkezet, majd pedig ennek terhelése. A vizsgálatot a fentieknek megfelelően három szinten végezzük.

2. Kutatási célok

2.1. Perforált és vágott lemezek mechanikájának vizsgálata

A vágások megváltoztatják a lemez tulajdonságait, amelyek közül kiemelendő, hogy a hajlítási tulajdonságok is megváltozhatnak (Shrimali et al., 2021). Így fontos kérdés, hogy a rúd- és lemezeqyenletekben milyen anyagi paramétereket kell figyelembe venni egy perforált lemez esetében. Egy adott kivágási minta esetén fontos megvizsgálni, hogy a minta hogyan befolyásolja az erők útját, hol alakulnak ki feszültségcsúcsok és feszültségmentes részek. A feszültségmentes részek ugyan nem vesznek részt az erőjátékban, de önsúlyként figyelembe kell őket venni és okozhatnak deformációkat a szerkezetben, amelyek vezethetnek előnyös alakhoz. Egy lehetséges irány megvizsgálni és példát mutatni arra, amikor az önsúlynak ilyen pozitív hatása van. Perforált íveknél a perforáció környezetében létrejövő feszültségmentes rész kezelésére tett javaslatot Fehér & Gyetvai (2024). Megvizsgálandó numerikus számítások és kísérletek segítségével, hogy ez a modell milyen feltételek mellett használható és hogyan javítható.

2.2. Kirigami szerkezetek mechanikai tulajdonságai

A makro méretű szerkezetek mechanikai tulajdonságaival kevés kutatás foglalkozik. A vizsgálatok jelentős részének a célja valamilyen kitűzött geometriai tulajdonság vagy konkrét geometria elérése. Fontos kérdés azonban, hogy ezek a geometriák terhek alatt hogyan viselkednek. Zhang et al. (2022) három különböző magasságú forgásszimmetrikus kupolának a merevségét vizsgálta és megállapította, hogy a kupolák merevsége nem a magassággal, hanem a perforáció mértékével van összefüggésben. Fehér & Gyetvai (2024) azonban példát mutatott olyan ívekre (1. ábra), amelyek esetében a nagyobb perforációhoz tartozott nagyobb merevség is. Ennek oka, hogy a gyengített keresztmetszetekben nagyobb görbületek alakulhatnak ki, amelyek változtathatják előnyös irányba a szerkezet geometriáját. Célunk a példákon túl pontosabb összefüggést mutatni a kezdeti geometria, a perforáció és a szerkezet mechanikai tulajdonságai, mint például merevség vagy a stabilitásvesztés jellemzői között. Keressük különböző szempontok szerinti optimális kivágási mintázatot adott terhek mellett. Az irodalomban főként szimmetrikus terheket vettek figyelembe, megvizsgálandó az asszimmetrikus terhek esete is. Az

irodalomban található eredmények során olyan vágásokat alkalmaztak, amelyekben feszültségcsúcsok alakultak ki. Megvizsgálandó, hogy ezeknek a feszültségcsúcsoknak milyen szerepe van, mi történik, ha például íves lyukakat készítünk a felületen.

2.3. Kirigami szerkezetek stabilitásvesztése és további stabil alakjai

A kirigami szerkezetek stabilitásvesztés után új stabil alakot vehetnek fel, amely további terhek viselésére alkalmas. A mintázattól függően elképzelhető, hogy a terhek növelésével végig stabil marad a szerkezet vagy pedig több stabilitásvesztés is történik, melyek között a szerkezet visszanyeri a stabilitását. Cél a stabilitásvesztés jellemzőinek - mint például kritikus teher, a szerkezet alakja stabilitásvesztés előtt és után, a stabilitásvesztések száma - vizsgálata a kezdeti geometria függvényében.

3. Kitekintés

A 2-es pontban megfogalmazott célokön túl a kutatás további lehetséges irányokban is folytatódhat. A bevezetőben felsorolt számos mérnöki alkalmazás mellett további alkalmazások is elképzelhetők, például olyan fenntartható és gazdaságos szerkezetek, amelyek a kirigamival elérhető anyagtakarékosságot, továbbá a gyártási, szállítási és összeszerelési előnyöket használják ki. A 2.1-ben meghatározott kérdésekhez kapcsolódó gyakorlati alkalmazás lehet a merevítőfalak és magok lyukasztásának a kérdése. A növényvilágban találhatunk olyan leveleket, amelyeken az idő múlásával lyukak jelennek meg. A perforált lemezekről szerzett ismeretek segítségével ezen levelek mechanikája is vizsgálható. A makroméretű szerkezeteken túl a kutatás a metaanyagok irányába is kiterjeszhető.

Hivatkozások

- Alderete, N. A., Wardell, B., & Espinosa, H. D. (2024). Kirigami beyond tension: Expanding Kirigami's versatility via shear actuation. *Mechanics of Materials*, **195**, 105024.
- An, N., Domel, A. G., Zhou, J., Rafsanjani, A., & Bertoldi, K. (2020). Programmable hierarchical kirigami. *Advanced Functional Materials*, **30**(6), 1906711.
- Audoly, B., & Pomeau, Y. (2010), *Elasticity and Geometry: From Hair Curls to the Non-linear Response of Shells*, Oxford University Press
- Boyd, J. P. (2001). *Chebyshev and Fourier spectral methods*. Courier Corporation.
- Cai, J., Estakhrianhaghghi, E., & Akbarzadeh, A. (2022). Functionalized graphene origami metamaterials with tunable thermal conductivity. *Carbon*, **191**, 610-624.
- Cho, H., & Kim, D. N. (2023). Controlling the stiffness of bistable kirigami surfaces via spatially varying hinges. *Materials & Design*, **231**, 112053.
- de Oliveira, I. M., Sosa, E. M., Baker, E., & Adriaenssens, S. (2023). Experimental and numerical investigation of a rotational kirigami system. *Thin-Walled Structures*, **192**, 111123.
- Du, C., Wang, Y., & Kang, Z. (2024). Cut layout optimization for design of kirigami metamaterials under large stretching. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, **14**(6), 100528.
- T. A. Driscoll, N. Hale, and L. N. Trefethen, editors, *Chebfun Guide*, Pafnuty Publications, Oxford, 2014.
- Fehér, E., Gyetvai, Zs. (2024), Tailoring rigidity of bending-active perforated sheets. In: *Proceedings of the IASS 2024 Symposium Redefining the Art of Structural Design*. August 26-

- 30, 2024, Zurich, Switzerland Philippe Block, Giulia Boller, Catherine DeWolf, Jacqueline Pauli, Walter Kaufmann (eds.)
- Fosdick, R., & Fried, E. (Eds.) (2016), *The mechanics of ribbons and Möbius bands*, Springer Netherlands
- Hamzehei, R., Bodaghi, M., & Wu, N. (2024). Mastering the art of designing mechanical metamaterials with quasi-zero stiffness for passive vibration isolation: A review. *Smart Materials and Structures*, **33**(8), 083001.
- Hong, Y., Chi, Y., Wu, S., Li, Y., Zhu, Y., & Yin, J. (2022). Boundary curvature guided programmable shape-morphing kirigami sheets. *Nature communications*, **13**(1), 530.
- Howell, P., Kozyreff, G., & Ockendon, J. (2009). *Applied solid mechanics* (No. 43). Cambridge University Press.
- Janbaz, S., & Coulais, C. (2024). Diffusive kinks turn kirigami into machines. *Nature Communications*, **15**(1), 1255.
- Jiang, C., Rist, F., Wang, H., Wallner, J., & Pottmann, H. (2022). Shape-morphing mechanical metamaterials. *Computer-Aided Design*, **143**, 103146.
- Li, H., Zhang, W., Liao, X., & Xu, L. (2024). Kirigami enabled reconfigurable three-dimensional evaporator arrays for dynamic solar tracking and high efficiency desalination. *Science Advances*, **10**(26), eado1019.
- Liu, J., Jiang, S., Xiong, W., Zhu, C., Li, K., & Huang, Y. (2022). Self-Healing Kirigami Assembly Strategy for Conformal Electronics. *Advanced Functional Materials*, **32**(12), 2109214.
- Lee, T. U., Gattas, J. M., & Xie, Y. M. (2022). Bending-active kirigami. *International Journal of Solids and Structures*, **254**, 111864.
- Liu, M., Domino, L., & Vella, D. (2020). Tapered elasticæ as a route for axisymmetric morphing structures. *Soft Matter*, **16**(33), 7739-7750.
- Rafsanjani, A., & Bertoldi, K. (2017). Buckling-induced kirigami. *Physical review letters*, **118**(8), 084301.
- Reddy, J. N. (1993). *An Introduction to the Finite Element Method*.
- Rodriguez, E., Bonneau, G. P., Hahmann, S., & Skouras, M. (2022). Computational design of laser-cut bending-active structures. *Computer-Aided Design*, **151**, 103335.
- Pedivellano, A., & Pellegrino, S. (2024). Folding kinematics of kirigami-inspired space structures. *International Journal of Solids and Structures*, **300**, 112865.
- Shrimali, B., Pezzulla, M., Poincloux, S., Reis, P. M., & Lopez-Pamies, O. (2021). The remarkable bending properties of perforated plates. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **154**, 104514.
- Stein-Montalvo, L., Ding, L., Hultmark, M., Adriaenssens, S., & Bou-Zeid, E. (2024). Kirigami-inspired wind steering for natural ventilation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **246**, 105667.
- Tao, J., Khosravi, H., Deshpande, V., & Li, S. (2023). Engineering by cuts: How kirigami principle enables unique mechanical properties and functionalities. *Advanced Science*, **10**(1), 2204733.
- Uecker, H. (2021). *Numerical continuation and bifurcation in Nonlinear PDEs*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Uecker, H., Wetzel, D., & Rademacher, J. D. (2014). pde2path-A Matlab package for continuation and bifurcation in 2D elliptic systems. *Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications*, **7**(1), 58-106
- Vella, D., Boudaoud, A., & Adda-Bedia, M. (2009). Statics and inertial dynamics of a ruck in a rug. *Physical review letters*, **103**(17), 174301.
- Wu, J., Guo, X., Pan, X., Hua, J., Cen, Y., Li, S., ... & Shi, Y. (2024). Origami-Kirigami Structures and Its Applications in Biomedical Devices. *Biomedical Materials & Devices*, 1-17.

- Yang, Y., Feng, J., & Holmes, D. P. (2024). Mechanical Computing with Transmissive Snapping of Kirigami Shells. *Advanced Functional Materials*, 2403622.
- Ye, F., Chang, J., & Fan, Z. (2024). Kirigami-based inverse design for 3D surfaces formed by mechanically guided method. *Thin-Walled Structures*, **196**, 111462.
- Yoneda, T., Miyamoto, Y., & Wada, H. (2022). Structure, design, and mechanics of a pop-up origami with cuts. *Physical Review Applied*, **17**(2), L021004.
- Zhang, Q., Pan, N., Liu, S., Feng, J., & Cai, J. (2024). Self-locking Kirigami surfaces via controlled stretching. *Communications Engineering*, **3**(1), 26.
- Zhang, Y., Yang, J., Liu, M., & Vella, D. (2022). Shape-morphing structures based on perforated kirigami. *Extreme Mechanics Letters*, **56**, 101857.
- Zhu, P., Wang, S., Zhang, X., Zhao, J., Yu, W., & Zhang, H. (2024). Mechanical properties of diamane kirigami under tensile deformation. *Journal of Nanoparticle Research*, **26**(5), 91.

Mechanics of kirigami-inspired structures

Eszter Fehér

1. Introduction

Kirigami is a Japanese paper technique that allows us to create various three-dimensional shapes from a sheet of paper by cutting and folding. The term comes from the Japanese words "kiru" = "to cut" and "kami" = "paper". In Japan, the use of paper - initially a special and rare material -, began in the 7th century. Origami and kirigami techniques were employed to create paper objects for religious rituals, ceremonies, and recreation. They represented a link between the physical and spiritual worlds, and their creation was both an art and a spiritual tool.

Kirigami seemingly differs slightly from origami, but from a mechanical point of view, there is a significant difference between the two techniques. In the case of origami, if the extensibility of the paper is neglected, the number of kinematic degrees of freedom is one (e.g., Miura-ori pattern). As a result, cuts on the sheet can remove internal constraints and increase the number of kinematic degrees of freedom. Thus, kirigami can be used to change some properties of the approximately inextensible paper sheet (Tao et al., 2023), such as Poisson's ratio (auxetics), stretchability (super stretchability), thermal conductivity properties, and also deformation under load (programmable kinematics). An important property of thin sheets that form kirigami is that they easily lose stability. Although stability loss is typically undesirable, in kirigami, it provides another means of influencing the behavior of the structure. The new shape after the stability loss could carry additional loads, and the mode of stability loss and subsequent behavior can be designed (Rafsanjani & Bertoldi, 2017; Du et al., 2024). Consequently, some kirigami structures can have multiple stable states and switch between them by snap-through (Cho et al., 2023; Yang et al., 2024). The phenomenon is highly nonlinear, with large deformations.

There are examples of the engineering application of kirigami in different structural sizes. Kirigami-inspired structures are created from thin plates by mechanical effects or external forces. At the macro scale, i.e., architecturally significant scale, we can find installations (Lee et al., 2022), ventilation systems (Stein-Montalvo et al., 2024), space structures (Pedivellano & Pellegrino, 2024), and solar water evaporators (Li et al., 2024). At the mesostructure scale, kirigami-inspired structures are bioengineering devices (Wu et al., 2024), in soft robotics (Hong et al., 2022), and in flexible electronics (Liu et al., 2022). However, kirigami also appears at the micro- and nanoscale, e.g., in graphene and Diamane nanofilm sheets (Zhu et al., 2024). In addition, there are numerous applications in the field of metamaterials. Kirigami techniques can be used to create metamaterials with multiple stable states (Jiang et al., 2021), materials that sense dynamic effects (Janbaz & Coulais, 2024), sheets with different tensile properties (Du et al., 2024), mechanical metamaterials as vibration damping systems (Hamzehei et al., 2024), programmed sheets (An et al., 2020).

Kirigami structures can be classified according to the mechanical force that creates them. The three-dimensional shape can be created by twisting (rotational-

erectional-system) (de Oliveira et al., 2023; Yoneda et al., 2021; Zhang et al. 2024), shearing (Alderete et al., 2024), tension (Hong et al., 2022) and compression (Zhang et al., 2022).

The simplest case of kirigami is the arch, which is the result of bringing the two ends of a strip of paper together. We can create such paper strips by placing cuts on a flat sheet of paper, and due to the increased number of kinematic degrees of freedom, the ends of these paper strips can be brought closer together, resulting in arches. If the strips are arranged radially, the final surface will be a surface of revolution. These are pre-stressed structures in which the supporting forces balance the internal bending moment. They can be created by moving the supports closer to each other (Zhang et al., 2022; Lee et al., 2022) or farther from each other (Hong et al., 2022). The shape and mechanical properties of the structure depend on the initial geometry of the sheet and the cuts. Several publications use inverse design to find the initial geometry so that the structure takes a specific shape (Zhang et al., 2022; Rodriguez et al., 2022) or has some predefined mechanical property (Ye et al., 2024). These studies, however, deal with a special case and consider a specific type of perforation. The relationships between the initial pattern, the shape of the structure, and its mechanical properties are only partially known. The effect of perforations is complex since they weaken the cross-section of the plate, but they also allow deformations that can lead to a more favorable overall shape from a structural point of view. Thus, it is possible that from two kirigami arches, the more perforated one has higher structural stiffness (Figure 1, Fehér & Gyetvai, 2024).

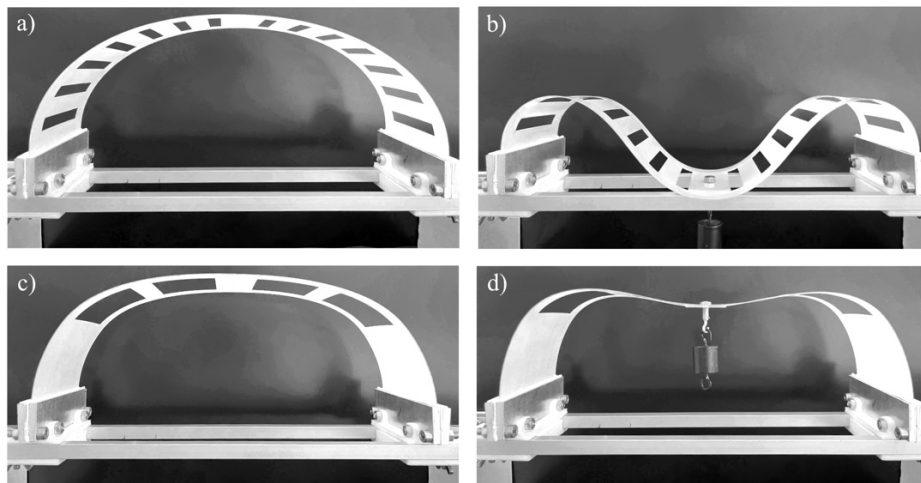


Figure 1. Deformation of arches with different degrees of perforation under the same load. a)-b) Unloaded and loaded shape of the less perforated arch. c)-d) Unloaded and loaded shape of the more perforated arch. (Fehér & Gyetvai, 2024)

The numerical analysis of kirigami structures requires a rod or plate theory that allows for large rotations and curvatures (Howell et al., 2009; Audoly & Pomeau, 2010; Fosdick & Fried, 2016), depending on the structure. These are nonlinear partial differential equations that generally require some numerical method for the solution. One of the possible choices is the finite element method (Reddy, 1993), which can be either commercial software (e.g. ABAQUS) or a custom implementation, e.g. in a Matlab environment. One can apply a spectral method (Boyd, 2001) and approximate the solution with Chebyshev polynomials, e.g.

using the Chebfun library (Driscoll et al., 2014). The loss of stability and the new stable shape can be investigated using numerical continuation (Uecker et. al, 2014), e.g. with the pde2path library (Uecker, 2021).

The whole process should be modeled: the initial flat sheet, the three-dimensional structure created by mechanical forces, and the loading process. Accordingly, the research is carried out at three levels.

2. Research goals

2.1. Mechanics of cut and perforated sheets

Cuts change the properties of the sheet, and it should be highlighted that the bending properties may also change (Shrimali et al., 2021). As a result, it is important to determine the appropriate material parameters in the rod and plate equations to model a perforated sheet. For a cut pattern, it is important to investigate how the pattern influences the path of the forces, where the stress peaks and stress-free regions are. Although the stress-free parts do not equilibrate the forces, they should be considered in the self-weight and can cause structural deformations leading to a preferred shape. One possible research direction is to explore and show examples of how self-weight has such a positive effect. For perforated arches, a simplified model of the stress-free part in the cut pattern has been proposed by Fehér & Gyetvai (2024). This model needs further investigation by numerical calculations and experiments to understand its usability limits and suggest improvements.

2.2. Mechanics of kirigami structures

There is little research on the mechanical properties of macroscale structures. Many of these studies aim to achieve some specific geometric property or geometry. However, an important question is how these geometries behave under loads. Zhang et al. (2022) investigated the stiffness of three rotationally symmetric domes of different heights. They found that the stiffness of the domes is not related to the height of the dome but to the degree of perforation. However, Fehér & Gyetvai (2024) gave an example of arches (Figure 1) where greater perforation was associated with greater stiffness. This is because larger curvatures can develop in weakened cross-sections, which can change the geometry of the structure, leading to a preferable shape. Our aim is to show a more precise relationship between the initial geometry, the perforation, and the mechanical properties of the structure, such as stiffness or stability characteristics, beyond the examples. We search for the optimal cut pattern for given loads according to different criteria. In the literature, symmetric loads have been considered mainly; thus, the case of asymmetric loads should also be investigated. The results in the literature have used cuts developing stress peaks. The role of these stress peaks should be investigated, including the comparison with rounded holes.

2.3. Stability loss and post critical shapes of kirigami structures

After stability loss, kirigami structures can take a new stable shape carrying additional loads. Depending on the pattern, the structure will remain stable as the loads are increased, or there will be several events of stability loss connected by stable states. The aim is to investigate the stability loss characteristics such

as critical load, structural shape before and after stability loss, and number of stability losses as a function of the initial geometry.

3. Outlook

Beyond the objectives listed in Section 2, this research could be continued in other possible directions. In addition to the many engineering applications listed in the introduction, other applications are also possible, such as sustainable and economical structures that exploit the material savings that can be achieved with kirigami, as well as the advantages in manufacturing, transport, and assembly. A practical application related to the issues identified in 2.1 could be the issue of perforation of stiffening walls and cores. In the world of plants, leaves can be found that develop holes over time. Knowledge of perforated plates can be used to investigate the mechanics of these leaves. Beyond macroscale structures, the research can be extended to metamaterials.

References

- Alderete, N. A., Wardell, B., & Espinosa, H. D. (2024). Kirigami beyond tension: Expanding Kirigami's versatility via shear actuation. *Mechanics of Materials*, **195**, 105024.
- An, N., Domel, A. G., Zhou, J., Rafsanjani, A., & Bertoldi, K. (2020). Programmable hierarchical kirigami. *Advanced Functional Materials*, **30**(6), 1906711.
- Audoly, B., & Pomeau, Y. (2010), *Elasticity and Geometry: From Hair Curls to the Non-linear Response of Shells*, Oxford University Press
- Boyd, J. P. (2001). *Chebyshev and Fourier spectral methods*. Courier Corporation.
- Cai, J., Estakhrianhaghighi, E., & Akbarzadeh, A. (2022). Functionalized graphene origami metamaterials with tunable thermal conductivity. *Carbon*, **191**, 610-624.
- Cho, H., & Kim, D. N. (2023). Controlling the stiffness of bistable kirigami surfaces via spatially varying hinges. *Materials & Design*, **231**, 112053.
- de Oliveira, I. M., Sosa, E. M., Baker, E., & Adriaenssens, S. (2023). Experimental and numerical investigation of a rotational kirigami system. *Thin-Walled Structures*, **192**, 111123.
- Du, C., Wang, Y., & Kang, Z. (2024). Cut layout optimization for design of kirigami metamaterials under large stretching. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, **14**(6), 100528.
- T. A. Driscoll, N. Hale, and L. N. Trefethen, editors, *Chebfun Guide*, Pafnuty Publications, Oxford, 2014.
- Fehér, E., Gyetvai, Zs. (2024), Tailoring rigidity of bending-active perforated sheets. In: *Proceedings of the IASS 2024 Symposium Redefining the Art of Structural Design*. August 26-30, 2024, Zurich, Switzerland Philippe Block, Giulia Boller, Catherine DeWolf, Jacqueline Pauli, Walter Kaufmann (eds.)
- Fosdick, R., & Fried, E. (Eds.) (2016), *The mechanics of ribbons and Möbius bands*, Springer Netherlands
- Hamzehei, R., Bodaghi, M., & Wu, N. (2024). Mastering the art of designing mechanical metamaterials with quasi-zero stiffness for passive vibration isolation: A review. *Smart Materials and Structures*, **33**(8), 083001.
- Hong, Y., Chi, Y., Wu, S., Li, Y., Zhu, Y., & Yin, J. (2022). Boundary curvature guided programmable shape-morphing kirigami sheets. *Nature communications*, **13**(1), 530.
- Howell, P., Kozyreff, G., & Ockendon, J. (2009). *Applied solid mechanics* (No. 43). Cambridge University Press.
- Janbaz, S., & Coulais, C. (2024). Diffusive kinks turn kirigami into machines. *Nature Communications*, **15**(1), 1255.

- Jiang, C., Rist, F., Wang, H., Wallner, J., & Pottmann, H. (2022). Shape-morphing mechanical metamaterials. *Computer-Aided Design*, **143**, 103146.
- Li, H., Zhang, W., Liao, X., & Xu, L. (2024). Kirigami enabled reconfigurable three-dimensional evaporator arrays for dynamic solar tracking and high efficiency desalination. *Science Advances*, **10**(26), eado1019.
- Liu, J., Jiang, S., Xiong, W., Zhu, C., Li, K., & Huang, Y. (2022). Self-Healing Kirigami Assembly Strategy for Conformal Electronics. *Advanced Functional Materials*, **32**(12), 2109214.
- Lee, T. U., Gattas, J. M., & Xie, Y. M. (2022). Bending-active kirigami. *International Journal of Solids and Structures*, **254**, 111864.
- Liu, M., Domino, L., & Vella, D. (2020). Tapered elasticæ as a route for axisymmetric morphing structures. *Soft Matter*, **16**(33), 7739-7750.
- Rafsanjani, A., & Bertoldi, K. (2017). Buckling-induced kirigami. *Physical review letters*, **118**(8), 084301.
- Reddy, J. N. (1993). An Introduction to the Finite Element Method.
- Rodriguez, E., Bonneau, G. P., Hahmann, S., & Skouras, M. (2022). Computational design of laser-cut bending-active structures. *Computer-Aided Design*, **151**, 103335.
- Pedivellano, A., & Pellegrino, S. (2024). Folding kinematics of kirigami-inspired space structures. *International Journal of Solids and Structures*, **300**, 112865.
- Shrimali, B., Pezzulla, M., Poincloux, S., Reis, P. M., & Lopez-Pamies, O. (2021). The remarkable bending properties of perforated plates. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, **154**, 104514.
- Stein-Montalvo, L., Ding, L., Hultmark, M., Adriaenssens, S., & Bou-Zeid, E. (2024). Kirigami-inspired wind steering for natural ventilation. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, **246**, 105667.
- Tao, J., Khosravi, H., Deshpande, V., & Li, S. (2023). Engineering by cuts: How kirigami principle enables unique mechanical properties and functionalities. *Advanced Science*, **10**(1), 2204733.
- Uecker, H. (2021). *Numerical continuation and bifurcation in Nonlinear PDEs*. Society for Industrial and Applied Mathematics.
- Uecker, H., Wetzal, D., & Rademacher, J. D. (2014). pde2path-A Matlab package for continuation and bifurcation in 2D elliptic systems. *Numerical Mathematics: Theory, Methods and Applications*, **7**(1), 58-106
- Vella, D., Boudaoud, A., & Adda-Bedia, M. (2009). Statics and inertial dynamics of a ruck in a rug. *Physical review letters*, **103**(17), 174301.
- Wu, J., Guo, X., Pan, X., Hua, J., Cen, Y., Li, S., ... & Shi, Y. (2024). Origami-Kirigami Structures and Its Applications in Biomedical Devices. *Biomedical Materials & Devices*, 1-17.
- Yang, Y., Feng, J., & Holmes, D. P. (2024). Mechanical Computing with Transmissive Snapping of Kirigami Shells. *Advanced Functional Materials*, 2403622.
- Ye, F., Chang, J., & Fan, Z. (2024). Kirigami-based inverse design for 3D surfaces formed by mechanically guided method. *Thin-Walled Structures*, **196**, 111462.
- Yoneda, T., Miyamoto, Y., & Wada, H. (2022). Structure, design, and mechanics of a pop-up origami with cuts. *Physical Review Applied*, **17**(2), L021004.
- Zhang, Q., Pan, N., Liu, S., Feng, J., & Cai, J. (2024). Self-locking Kirigami surfaces via controlled stretching. *Communications Engineering*, **3**(1), 26.
- Zhang, Y., Yang, J., Liu, M., & Vella, D. (2022). Shape-morphing structures based on perforated kirigami. *Extreme Mechanics Letters*, **56**, 101857.
- Zhu, P., Wang, S., Zhang, X., Zhao, J., Yu, W., & Zhang, H. (2024). Mechanical properties of diamane kirigami under tensile deformation. *Journal of Nanoparticle Research*, **26**(5), 91.